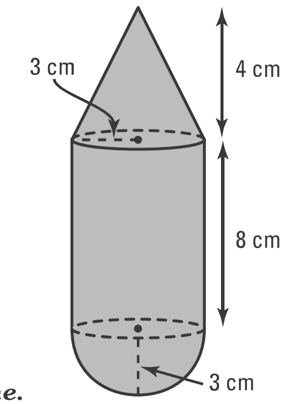
6.2 Aire de solides décomposables

Activité 1 Aire totale d'un solide décomposable

Le solide ci-contre peut se décomposer en trois solides.



a) Donne la nature de chacun des trois solides avec ses dimensions.

Une demi-sphère de 3 cm de rayon

Un cylindre de 3 cm de rayon et de 8 cm de hauteur

Un cône de 3 cm de rayon et de 4 cm de hauteur

b) 1. On désire peindre la surface extérieure de ce solide. Explique comment calculer l'aire de la surface à peindre.

On calcule la somme suivante:

aire de la demi-sphère + aire latérale du cylindre + aire latérale du cône.

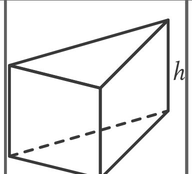
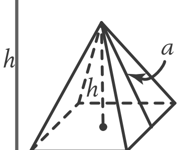
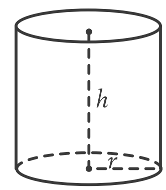
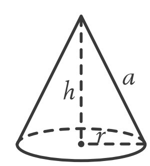
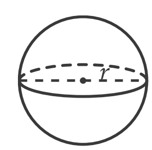
2. Calcule l'aire de la surface à peindre.

Aire de la demi-sphère = 18π cm²; aire latérale du cylindre = 48π cm²;

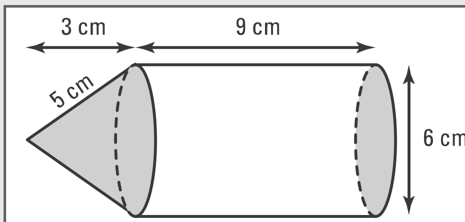
aire latérale du cône = 15π cm²; aire totale = 81π cm².

AIRE D'UN SOLIDE DÉCOMPOSABLE

- Pour calculer l'aire d'un solide décomposable, on le décompose en solides tels que un prisme, une pyramide, un cylindre, un cône, une sphère…
- Le tableau suivant donne l'aire latérale et l'aire totale de chacun des solides.

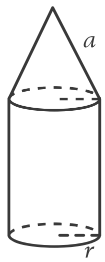
Symboles	Prisme	Pyramide	Cylindre	Cône	Sphère
a: apothème h: hauteur r: rayon A_b: aire de la base P_b: périmètre de la base					
Aire latérale A_l	$A_l = P_b \cdot h$	$A_l = \frac{P_b \cdot a}{2}$	$A_l = 2\pi rh$	$A_l = \pi ra$	
Aire totale A_t	$A_t = 2A_b + A_l$	$A_t = A_b + A_l$	$A_t = 2\,A_b + A_l$	$A_t = A_b + A_l$	$A_t = 4\pi r^2$

Ex.: L'aire totale du solide ci-contre est égale à : l'aire de la base du cylindre + l'aire latérale du cylindre + aire latérale du cône = $36\pi + 54\pi + 15\pi = 105\pi$ cm².



1. Calcule l'aire totale de chacun des solides ci-dessous.

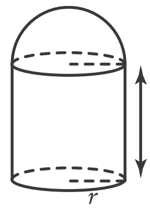
a)



$r = 3$ cm, $a = 5$ cm,
$h = 6$ cm

188,5 cm²

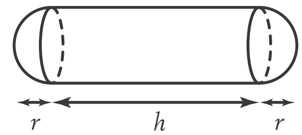
b)



$r = 1{,}5$ cm,
$h = 3$ cm

49,48 cm²

c)

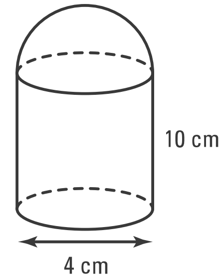


$r = 3$ m, $h = 12$ m

339,29 m²

2. Trouve l'aire totale du solide décomposable ci-contre.

163,36 cm²



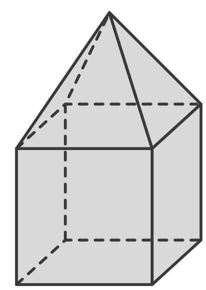
3. Calcule l'aire totale d'un solide composé d'une pyramide de 4 cm d'apothème reposant sur un cube de 5 cm d'arête.

Aire latérale de la pyramide = $\frac{5 \times 4 \times 4}{2}$ = 40 cm²

Aire latérale du cube = 4 × 5² = 100 cm²

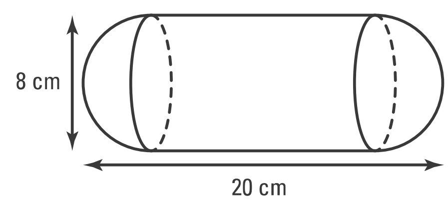
Aire de la base du cube = 5² = 25 cm²

Aire totale = 165 cm²



4. Trouve l'aire totale du solide décomposable ci-contre.

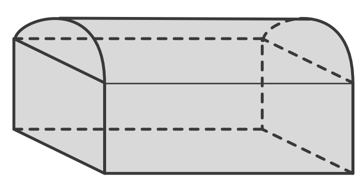
502,65 cm²



5. M^me^ Dion veut repeindre sa boîte aux lettres formée par un prisme sur lequel repose un demi-cylindre.

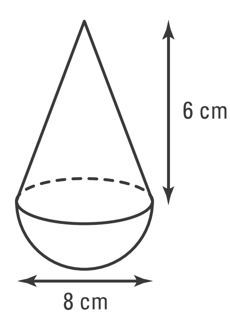
Le rayon du cylindre est 10 cm et sa hauteur est 24 cm. La hauteur du prisme est 14 cm. Trouve l'aire totale que M^me^ Dion aura à repeindre.

2780,14 cm²



6. Un presse-papier est composé d'une demi-sphère surmontée d'un cône. On veut couvrir d'une mince couche d'or ce presse-papier. Quelle quantité d'or fondu (en ml) a-t-on besoin si un millilitre recouvre 4 cm²?

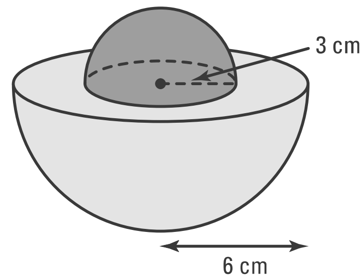
A_t = 191,15 cm²   Quantité d'or: 47,79 ml



7. Une tente a la forme d'un cylindre surmonté d'un cône de même rayon. La hauteur totale de la tente est de 2,5 m, la hauteur du cône est de 50 cm et le rayon est de 1,2 m. Quelle est l'aire de toile nécessaire à la fabrication de cette tente s'il faut prévoir 2 % de plus pour les coutures et que cette tente n'a pas de base ?

20,38 m

8. Une demi-sphère est placée sur la surface plane d'une autre demi-sphère. Quelle est, arrondie à l'unité près, l'aire totale de ce solide ?



Aire de la demi-sphère inférieure = 72π cm²

Aire de la demi-sphère supérieure = 18π cm²

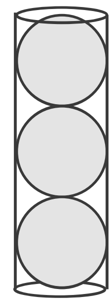
Aire de la couronne = 27π cm²

Aire totale = 117π cm²

L'aire totale, arrondie à l'unité près, est égale à 368 cm².

9. Le contenant cylindrique ci-contre contient 3 balles de tennis ayant chacune une aire totale de 49π cm^2.

Quelle est, arrondie à l'unité près, l'aire totale de ce contenant ?



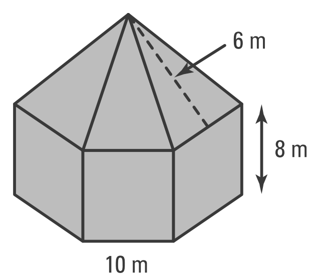
Rayon d'une balle = 3,5 cm

Rayon du cylindre = 3,5 cm ; hauteur du cylindre = 21 cm

Aire totale = $2\pi \times 3{,}5^2 + 2\pi \times 3{,}5 \times 21 = 171{,}5\pi$ ***cm²***

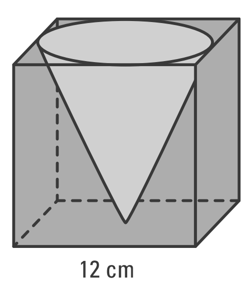
L'aire totale, arrondie à l'unité près, est égale à 539 cm².

10. Un chapiteau a la forme d'un prisme dont la base est un hexagone régulier surmonté d'une pyramide. Quelle est la surface de toile nécessaire pour construire ce chapiteau ?



660 m²

11. Trouve l'aire totale d'un contenant à crayons de forme cubique creusé par un cône tel que l'indique la figure ci-contre. Arrondis le résultat à l'unité près.



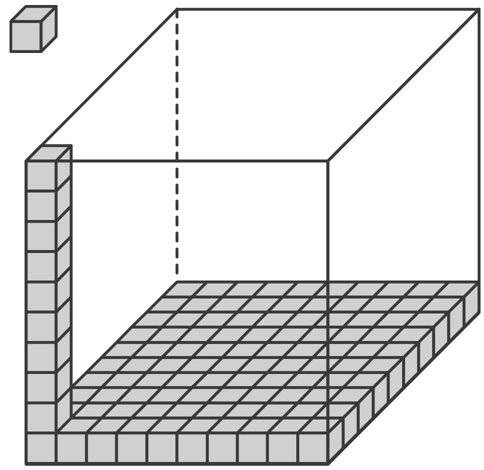
L'aire totale, arrondie à l'unité près, est égale à 1004 cm².

6.3 Volume de solides

ACTIVITÉ 1 Unités de volume

a) Quel est le volume d'un cube d'arête 1 cm? ***1 cm³***

b) Considère le cube ci-contre d'arête 1 dm.



1. Exprime son volume en dm^3. ***1 dm³***
2. Combien de petits cubes d'arête 1 cm peut contenir le grand cube ci-contre? ***1000***
3. Complète l'égalité. $1\ dm^3 =$ ***1000*** cm^3.

UNITÉS DE VOLUME

- L'unité principale de volume est le **mètre cube** (m^3). Elle correspond à la mesure de l'espace occupé par un cube dont l'arête mesure 1 m.
Quand on passe d'une unité de volume à une unité de volume immédiatement inférieure (ou supérieure), on multiplie (ou divise) la mesure du volume par 1000.

$$km^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} hm^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} dam^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} \mathbf{m^3} \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} dm^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} cm^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} mm^3$$

Ex. : $0{,}43\ m^3 = 430\ dm^3$; $24{,}5\ cm^3 = 0{,}0245\ dm^3$

1. Indique l'unité à privilégier pour déterminer le volume de chacun des solides suivants.

a) Un congélateur ***m³***
b) Un bâton de colle ***cm³***
c) Une pyramide d'Égypte ***m³***
d) Un dé à jouer ***cm³***
e) Une balle de ping-pong ***cm³***
f) Un édifice à bureaux ***m³***
g) Un livre ***dm³***
h) Une pièce de monnaie ***mm³***

2. Convertis les volumes suivants dans l'unité demandée.

a) $3\ m^3 =$ ***3000*** dm^3
b) $2\ m^3 =$ ***2 000 000*** cm^3
c) $4\ m^3 =$ ***4 000 000 000*** mm^3
d) $8\ dm^3 =$ ***0,008*** m^3
e) $50\ cm^3 =$ ***0,05*** dm^3
f) $3000\ cm^3 =$ ***0,003*** m^3
g) $240\ dm^3 =$ ***0,24*** m^3
h) $7000\ mm^3 =$ ***7*** cm^3
i) $48\ 000\ cm^3 =$ ***0,048*** m^3

3. Convertis les volumes suivants dans l'unité demandée.

a) $0{,}018\ m^3 =$ ***18*** dm^3 **b)** $34{,}5\ cm^3 =$ ***0,0345*** dm^3 **c)** $0{,}00045\ dm^3 =$ ***450*** mm^3

d) $2{,}4\ cm^3 =$ ***2400*** mm^3 **e)** $0{,}18\ cm^3 =$ ***180*** mm^3 **f)** $1{,}7\ dm^3 =$ ***0,0017*** m^3

g) $18\ 000\ mm^3 =$ ***0,018*** dm^3 **h)** $5{,}4\ m^3 =$ ***5 400 000*** cm^3 **i)** $4530\ mm^3 =$ ***0,00453*** dm^3

4. Convertis chacun des volumes suivants en m^3.

a) $48\ 000\ cm^3 =$ ***0,048 m³*** **b)** $34\ 000\ 000\ mm^3 =$ ***0,034 m³*** **c)** $73{,}1\ dm^3 =$ ***0,0731 m³***

5. Convertis chacun des volumes suivants en cm^3.

a) $0{,}74\ m^3 =$ ***740 000 cm³*** **b)** $12{,}7\ dm^3 =$ ***12 700 cm³*** **c)** $53{,}2\ mm^3 =$ ***0,0532 cm³***

6. Effectue les opérations suivantes et exprime ton résultat en dm^3.

a) $3\ m^3 + 12\ 500\ cm^3 =$ ***3012,5 dm³*** **b)** $0{,}25\ m^3 - 3500\ cm^3 + 0{,}08\ m^3 =$ ***326,5 dm³***

c) $3{,}18\ cm^3 + 425\ 000\ mm^3 =$ ***0,42818 dm³*** **d)** $3{,}54\ m^3 - 124\ 000\ cm^3 =$ ***3416 dm³***

7. À combien revient un bloc de granite dont le volume est $435\ dm^3$, sachant que ce granite se vend $320\ \$/m^3$? ***139,20 $***

8. Un camionneur transporte des matériaux de construction. Il livre $3{,}75\ m^3$ de terre, $40{,}8\ dm^3$ de béton et $11{,}7 m^3$ de briques. Quel est, en dm^3, le volume total de sa cargaison ? ***15 490,8 dm³***

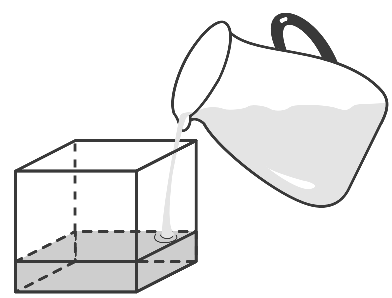
ACTIVITÉ 2 Unités de capacité

a) Construis un cube ayant une arête égale à 1 dm. Utilise du carton épais.

b) Verse le contenant d'un litre d'un liquide quelconque dans le cube que tu as construit. Que constates-tu ?

Le cube est rempli à pleine capacité.

c) Complète l'expression suivante à l'aide du symbole >, = ou < qui convient. $1\ dm^3$ **=** 1 litre



UNITÉS DE CAPACITÉ

- On utilise les **unités de capacité** pour mesurer le volume d'un liquide contenu dans un récipient tel que l'eau, le lait, l'essence ou pour mesurer le volume de certaines matières tel que le détergent.
- L'unité principale de capacité est le **litre**. Il correspond à la capacité d'un récipient ayant la forme d'un cube dont l'arête mesure 1 dm.

$$\boxed{1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3}$$

- Quand on passe d'une unité de capacité à une unité de capacité immédiatement inférieure (ou supérieure), on multiplie (ou divise) la mesure de capacité par 10.

kl	$\xrightarrow{\times 10}$	hl	$\xrightarrow{\times 10}$	dal	$\xrightarrow{\times 10}$	*l*	$\xrightarrow{\times 10}$	dl	$\xrightarrow{\times 10}$	cl	$\xrightarrow{\times 10}$	ml
	$\xleftarrow{\div 10}$		$\xleftarrow{\div 10}$		$\xleftarrow{\div 10}$		$\xleftarrow{\div 10}$		$\xleftarrow{\div 10}$		$\xleftarrow{\div 10}$	

Ex. : 5,4 *l* = 540 cl; 35 dl = 3,5 *l*.

On en déduit que : 1 dl = 0,1 dm^3, 1 cl = 0,01 dm^3, 1 ml = 0,001 dm^3 = 1 cm^3.

9. Effectue les capacités suivantes dans l'unité demandée.

a) 4,3 *l* = ***43*** *dl* **b)** 0,05 *dl* = ***5*** *ml* **c)** 35 *cl* = ***0,35*** *l*

d) 2,3 *dal* = ***230*** *dl* **e)** 0,0054 *dal* = ***54*** *ml* **f)** 2,35 *l* = ***235*** *cl*

10. Convertis en litres les mesures suivantes.

a) 3 cm^3 = ***0,003 l*** **b)** 0,02 m^3 = ***20 l*** **c)** 3,4 dm^3 = ***3,4 l*** **d)** 350 000 mm^3 = ***0,35 l***

11. Convertis en millilitres les mesures suivantes.

a) 8,7 dm^3 = ***8700 ml*** **b)** 0,0008 m^3 = ***800 ml*** **c)** 875 mm^3 = ***0,875 ml*** **d)** 7,5 cm^3 = ***7,5 ml***

12. Ordonne les volumes suivants en ordre de grandeur croissant.

a) 38 cl; 135 cm^3; 250 ml; 0,092 dm^3; 45 000 mm^3; 0,00004 m^3.

0,00004 m^3; 45 000 mm^3; 0,092 dm^3; 135 cm^3; 250 ml; 38 cl.

b) 2,43 dl; 0,45 dm^3; 0,5 *l*; 250 000 mm^3; 34 cl; 540 ml.

2,43 dl; 250 000 mm^3; 34 cl; 0,45 dm^3; 0,5 l; 540 ml.

13. Combien de flacons de 12,5 ml peut-on remplir avec 1 dm^3 de parfum ? ***80 flacons***

14. Le contenu d'un récipient est de 3,18 *l*. Exprime ce contenu en cm^3. ***3180 cm^3***

15. Combien de fois doit-on verser le contenu d'une éprouvette de 20 cm^3 pour remplir un contenant d'un litre ? ***50 fois***

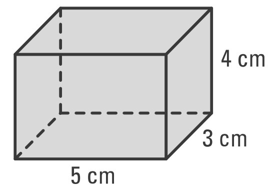
16. Après avoir immergé un objet dans un contenant d'eau, le niveau de l'eau est passé de 50 cl à 58 cl. Quel est le volume, en cm^3, de l'objet ? ***80 cm^3***

ACTIVITÉ 3 Volume d'un prisme

a) 1. Quel est le nombre total de cubes d'arête 1 cm que le prisme ci-contre peut contenir?

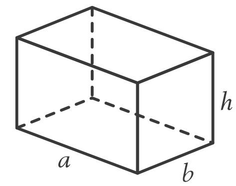
60 cubes

2. Quel est le volume de ce prisme? ***60 cm³***



b) Le prisme ci-contre a pour base un rectangle de dimensions a et b et pour hauteur h. Quel est le volume de ce prisme?

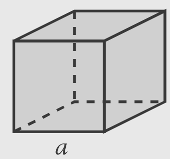
abh



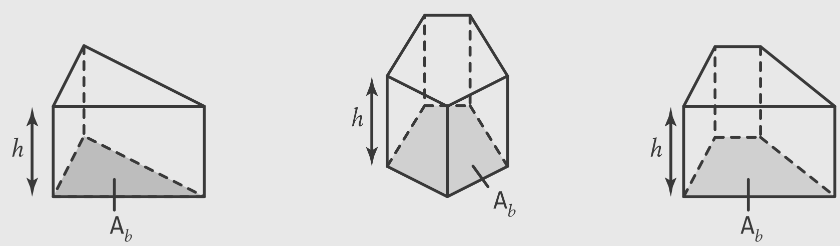
VOLUME D'UN PRISME

- Le volume d'un cube d'arête a est:

$$\boxed{V = a \times a \times a = a^3}$$



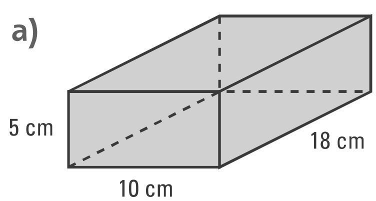
- Le volume d'un prisme est égal au produit de l'aire de la base A_b du prisme par la hauteur h du prisme.



$$\boxed{V = A_b \times h}$$

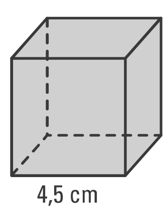
17. Calcule le volume de chacun des prismes suivants.

a)



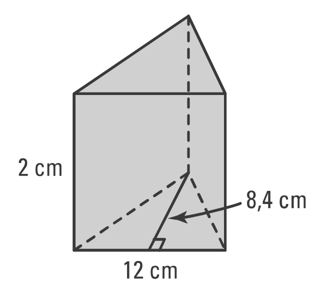
900 cm³

b)



91,125 cm³

c)



100,8 cm³

18. Estime, avec l'unité de volume appropriée, le volume des prismes suivants.

a) Une pièce de 1 $ ***Réponses variables***
b) Ta classe ***Réponses variables***
c) Un dé à jouer ***Réponses variables***
d) Ton livre de mathématiques ***Réponses variables***
e) Un lave-vaisselle ***Réponses variables***
f) Ta maison ***Réponses variables***

19. Calcule, en dm^3, le volume d'un prisme dont les dimensions sont 4,5 dm, 0,3 m et 40 cm. ***54 dm³***

20. a) Calcule, en m^3, le volume d'un cube de 40 dm d'arête. ***64 m³***

b) De combien de fois ce volume augmente-t-il si l'arête est multipliée par 2 ? ***8 fois***

21. Exprime, en litres, le volume d'un cube dont l'arête mesure 11 cm. ***1,131 l***

22. La masse de 1 *l* d'air est 1,3 g. Quelle est la masse, en kg, de l'air contenu dans une salle de 12 m de longueur, 8 m de largeur et 5 m de hauteur ? ***624 kg***

23. Calcule le volume d'une pièce de 1 $ sachant qu'elle a la forme d'un prisme droit dont la base est un polygone régulier à 11 côtés de 0,7 cm de côté, d'apothème de 1,2 cm et de hauteur de 2 mm. ***0,924 cm³***

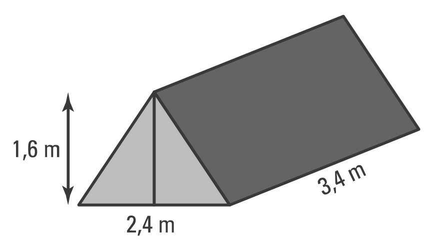
24. Quel est le coût d'un bloc cubique de granite de 7 dm d'arête sachant que ce granite coûte 600 $/m³ ? ***205,80 $***

25. Une entrée de garage est de forme rectangulaire. Ses dimensions sont 8,6 m et 4,8 m. On répand sur cette entrée une couche uniforme d'asphalte dont l'épaisseur est de 5 cm. Quel sera le coût de l'asphalte à raison de 145 $ le m³ ? ***299,28 $***

26. Sylvie et Françoise sont allées faire du camping dans les Laurentides. Elles ont installé une tente ayant la forme d'un prisme à base triangulaire dont les dimensions sont représentées ci-contre.

a) Quel est le volume dont elles disposent à l'intérieur de la tente ? ***6,528 m³***

b) Quelle est l'aire totale de la toile utilisée sachant que la base de la tente n'est pas en toile ? ***17,44 m²***



27. On désire empiler des cubes d'arête 1,5 cm dans une boîte ayant la forme d'un prisme droit dont les dimensions sont 0,75 m, 0,6 m et 4,5 dm. Quel est le nombre maximum de cubes que cette boîte peut contenir ? ***600 000 cubes***

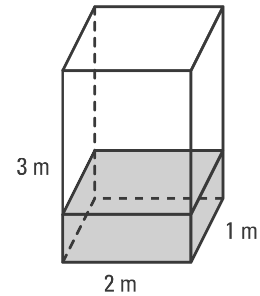
28. Le patio de la maison de M. Martin a la forme d'un rectangle de 15 m sur 8 m. Durant l'après-midi, il est tombé 5 cm de neige.

a) Quel est le volume de neige tombée sur le patio ? ***6 m³***

b) Si 1 m^3 de neige donne 60 *l* d'eau, quel volume d'eau sera produit par la fonte de cette neige accumulée ? ***360 litres d'eau***

29. Le prisme ci-contre représente une citerne remplie de 1500 *l* d'essence. Combien de temps mettra-t-on pour remplir le reste de la citerne à raison de 20 litres/min?

t = 225 min ou 3 h 45 min

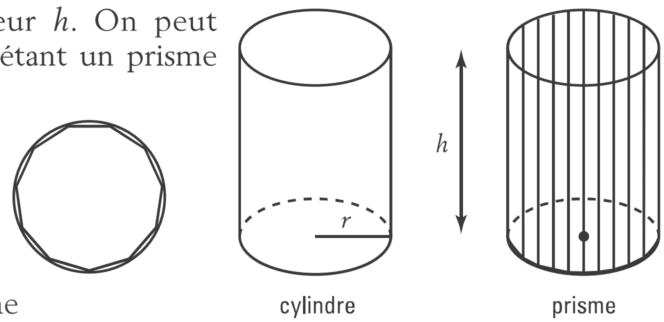


30. Les dimensions d'une salle de classe sont 9 m sur 6 m sur 3,25 m. Combien de personnes cette salle de classe peut-elle accueillir si chaque personne doit disposer de 4,5 kl d'air?

39 personnes

ACTIVITÉ 4 Volume d'un cylindre

a) Soit un cylindre de rayon r et de hauteur h. On peut considérer, à la limite, ce cylindre comme étant un prisme droit de même hauteur et dont la base est un polygone régulier ayant un très grand nombre n de côtés.



1. Quelle est l'aire de la base du cylindre?

   πr^2

2. Trouve une formule qui donne le volume du cylindre.

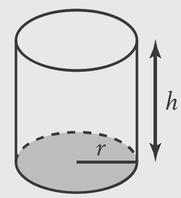
   $V = A_b \times h = \pi r^2 h$

b) Trouve le volume d'un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 6 cm. $V = 96\pi\ cm^3$

VOLUME D'UN CYLINDRE

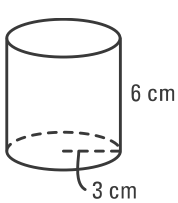
Le volume d'un cylindre circulaire droit de rayon r et de hauteur h, est égal au produit de l'aire de la base du cylindre A_b par la hauteur h du cylindre.

$$\boxed{V = A_b \times h = \pi r^2 h}$$



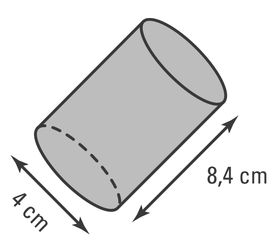
31. Calcule le volume de chacun des cylindres et du demi-cylindre suivants.

a)



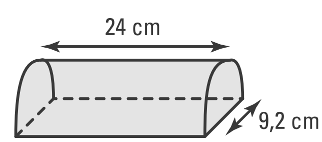
$54\pi\ cm^3$

b)



$33{,}6\pi\ cm^3$

c)



$253{,}92\pi\ cm^3$

32. Estime, avec l'unité de volume appropriée, le volume des cylindres suivants.

a) Une piscine hors-terre ***Rép. var.***
b) Une tasse de thé ***Rép. var.***
c) Une pièce de 25 ¢ ***Rép. var.***
d) Une bouteille de liquide correcteur ***Rép. var.***
e) Une canette de liqueur douce ***Rép. var.***
f) Une boîte de conserve ***Rép. var.***
g) Un gâteau au fromage ***Rép. var.***
h) Un crayon neuf ***Rép. var.***

33. a) Calcule le volume d'un cylindre de 4 cm de rayon et 6 cm de hauteur. ***96π cm³***
b) Si on double la hauteur de ce cylindre; que devient son volume? ***Il double aussi.***
c) Si on double le rayon du cylindre; que devient le volume? ***Il quadruple.***

34. Exprime, en litres, le volume d'un récipient cylindrique de 7 dm de diamètre et 20 cm de hauteur.
76,97 litres

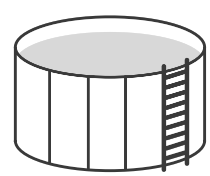
35. Un flacon de parfum de forme cylindrique est vendu 48 $ (taxes incluses). Si le rayon du flacon est de 3,5 cm et sa hauteur de 10 cm, à combien revient le litre de parfum?
124,73 $

36. Le dessus d'une table circulaire en verre a un diamètre de 1,4 m et une épaisseur de 1 cm. Sachant qu'un décimètre cube de verre a une masse de 2 kg, calcule la masse de verre du dessus de cette table.
30,79 kg

37. On creuse un tunnel cylindrique de 21 m de diamètre sur une distance de 160 m. Combien de voyages un camion chargé de 45 m³ de terre devra-t-il faire pour transporter toute la terre déplacée? ***1232 voyages***

38. Une casserole a la forme d'un cylindre de 28 cm de diamètre et de 15 cm de hauteur. On verse le contenu de cette casserole remplie à pleine capacité dans des tasses cylindriques de 7 cm de diamètre et de 3 cm de hauteur. Combien de tasses pleines peut-on remplir?
80 tasses

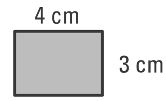
39. M. Rivard désire remplir d'eau la piscine hors-terre installée sur son terrain. La piscine a un diamètre de 4 m et une hauteur de 1,8 m. S'il désire la remplir aux $\frac{3}{4}$, combien de temps cela prendra-t-il à raison d'un débit de 45 *l*/min?
377 min



40. Mme Courtemanche veut faire une crème caramel pour servir comme dessert à ses invités. Elle prépare 2 litres d'un mélange d'œufs, de lait et de sucre. Quelle quantité de son mélange, en cm³, restera-t-il si elle le verse dans 18 moules cylindriques de 7 cm de diamètre et de 2,5 cm de hauteur?
268,20 cm³

41. On immerge un prisme à base triangulaire dans un contenant d'eau cylindrique de 5 cm de rayon. La hauteur de l'eau déplacée est de 0,8 cm. Quel est le volume du prisme immergé dans l'eau?
62,83 cm³

42. Soit le rectangle ci-contre.



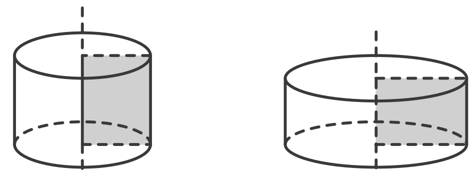
On fait tourner ce rectangle autour de sa longueur, puis autour de sa largeur. On a ainsi généré les deux cylindres représentés ci-dessous.

a) Les deux cylindres ont-ils le même volume ? Justifie ta réponse.

Non, $\pi(3)^2 \times 4 \neq \pi(4)^2 \times 3$

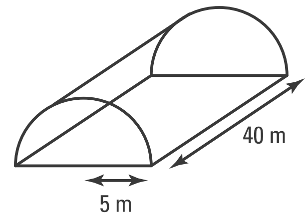
b) Calcule le volume de chaque cylindre.

$V_1 = 36\pi\ cm^3$ $\quad V_2 = 48\pi\ cm^3$



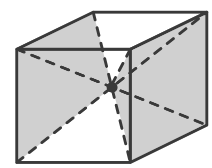
43. M. Des Serres cultive des plantes dans une serre semi-cylindrique de 5 m de rayon et de hauteur 40 m. Si chaque plante a besoin de 0,75 m^3 d'air, combien de plantes peuvent pousser dans cette serre ?

2094 plantes



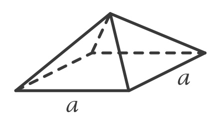
ACTIVITÉ 5 Volume d'une pyramide

Soit le cube ci-contre d'arête *a* que l'on sectionne en 6 pyramides identiques ayant pour base une face du cube et pour hauteur la moitié de l'arête du cube.



a) Quel est le volume de chaque pyramide ? $\frac{a^3}{6}$

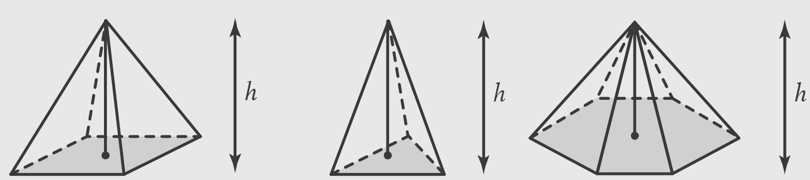
b) On représente ci-contre une des pyramides ainsi formée.



1. Quelle est sa hauteur ? $\frac{a}{2}$
2. Quelle est l'aire de la base ? a^2
3. Vérifie que le volume V de la pyramide est $V = \frac{A_{base} \times \text{hauteur}}{3}$. $\frac{a^3}{6} = \left(a^2 \cdot \frac{a}{2}\right) \div 3$

VOLUME D'UNE PYRAMIDE

Le volume d'une pyramide régulière droite est égal au tiers du produit de l'aire de la base de la pyramide A_b par la hauteur *h* de la pyramide.

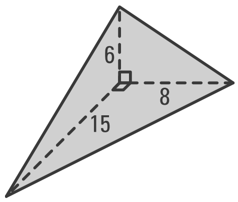


$$\boxed{V = \frac{A_b \times h}{3}}$$

Cette formule permet de calculer aussi le volume de pyramides non régulières.

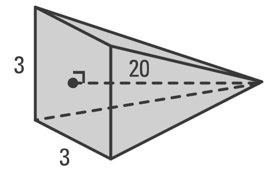
44. Calcule le volume de chacune des pyramides suivantes (les mesures sont données en centimètres).

a)



120 cm³

b)



60 cm³

45. La hauteur d'une pyramide est de 156 mm. La base est un rectangle de 24 cm de longueur et de 12 cm de largeur. Quel est le volume de cette pyramide? ***1497,6 cm³***

46. La base d'une pyramide est un triangle rectangle dont les côtés mesurent 2,4 cm, 3,2 cm et 4 cm. La hauteur de cette pyramide est de 8 cm. Calcule son volume. ***10,24 cm³***

47. Une pyramide à base carrée de 12 cm de côté a un apothème égal à 10 cm. Quel est le volume de cette pyramide? ***384 cm³***

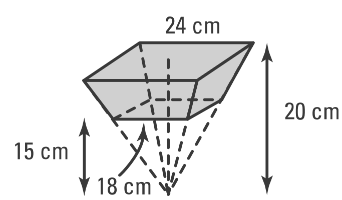
48. La base d'une pyramide est un carré de 12 cm de côté. L'arête latérale mesure 10 cm. Calcule le volume de cette pyramide. ***253,99 cm³***

49. Un trophée a la forme d'une pyramide à base carrée. La hauteur de la pyramide est de 6 cm et son apothème est de 10 cm. Si le trophée est en aluminium et que la masse de 1 dm^3 d'aluminium est 2,7 kg, calcule la masse de ce trophée. ***1,382 kg***

50. Calcule approximativement le volume de la pyramide de Chéops, en Égypte, sachant qu'elle a une base carrée d'environ 230 m de côté et un apothème d'environ 180 m. ***2 441 755 cm³***

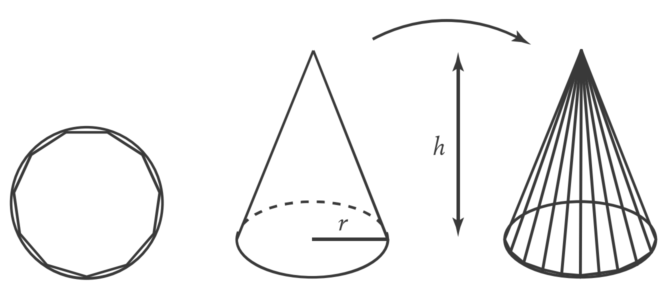
51. Un pot à plantes a la forme représentée ci-contre. Quel est le volume (en litres) de terre que contient ce pot rempli à ras bords?

2,22 l



Activité 6 Volume d'un cône

Soit un cône de hauteur h ayant pour base un disque de rayon r. On peut considérer à la limite ce cône comme étant une pyramide droite de même hauteur et dont la base est un polygone régulier ayant un très grand nombre n de côtés.



a) 1. Quelle est l'aire de la base du cône?

πr^2

2. Trouve une formule qui donne le volume d'un cône. $V = \dfrac{A_b \times h}{3} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

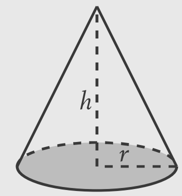
b) Trouve le volume d'un cône de hauteur 10 cm ayant pour base un disque de rayon 6 cm.

$V = 120\ \pi cm^3$

VOLUME D'UN CÔNE

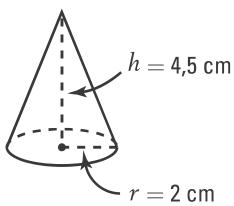
Le volume d'un cône de rayon r et de hauteur h est égal au tiers du produit de l'aire de la base du cône A_b par la hauteur h de ce cône.

$$\boxed{V = \frac{A_b \times h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}}$$



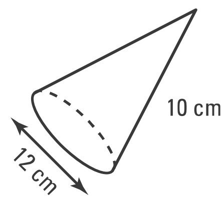
52. Calcule le volume de chacun des cônes suivants.

a)



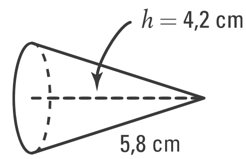
6π cm³

b)



96π cm³

c)



22,4π cm³

53. Un cône a une hauteur égale à 2,4 m. Le rayon de ce cône est égal à 1,8 m. Quel est le volume du cône?

8,14 m³

54. Quel est le volume d'un cône dont l'apothème mesure 5,4 m et le diamètre 3,8 m? Arrondis ta réponse au dixième près.

19,1 m³

55. Un cône a une hauteur égale à son rayon. Quel est le volume de ce cône sachant que son diamètre égale 4,36 m?

10,85 m³

56. Un distributeur d'eau a la forme d'un cylindre dont le rayon est égal à 15 cm et la hauteur, à 42 cm. Il est rempli à pleine capacité. Combien de verres pleins ayant la forme d'un cône pourra-t-on remplir à l'aide du distributeur si chaque verre a un rayon de 3 cm et une hauteur de 7 cm?

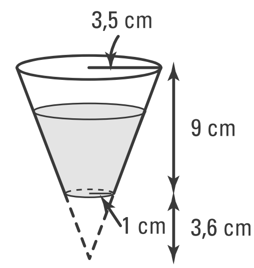
450 verres

57. Au cours d'une réception, on a servi du champagne dans des coupes de forme conique. Le rayon de la base du cône mesure 2,7 cm et la hauteur du cône mesure 10 cm. Combien de verres remplis aux $\frac{4}{5}$ de cette hauteur peut-on servir avec le contenu d'une bouteille de 0,76 *l*?

12 verres

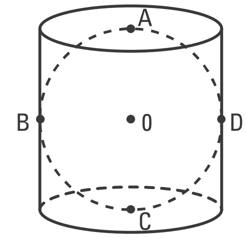
58. Un verre en plastique a la forme représentée ci-contre. Si Éric le remplit de limonade aux $\frac{3}{4}$, quelle sera la quantité (en cl) versée dans ce verre?

11,84 cl



ACTIVITÉ 7 Volume d'une sphère

Dans la figure ci-contre, la sphère est inscrite dans le cylindre. Les points A, B, C et D de la sphère sont également des points du cylindre.



a) Sachant que la sphère a pour rayon r, quel est

1. le rayon du cylindre? ***r***   2. la hauteur du cylindre? ***2r***

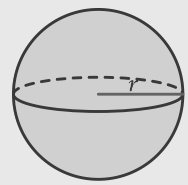
b) Il est démontré que le volume d'une sphère est égal aux $\frac{2}{3}$ du volume du cylindre circonscrit. Quel est donc le volume d'une sphère de rayon r?

$V = \frac{2}{3}(\pi r^2 \cdot 2r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

VOLUME D'UNE SPHÈRE

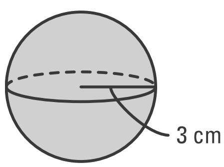
Le volume d'une sphère de rayon r est égal à :

$$\boxed{V = \frac{4\pi r^3}{3}}$$



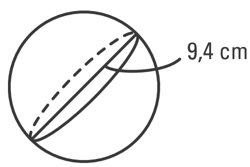
59. Calcule le volume de chacune des sphères et de la demi-sphère suivantes.

a)



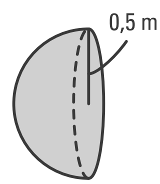
36π cm³

b)



138,43π cm³

c)



0,52π m³

60. Calcule le volume d'une sphère dont le rayon mesure

a) 4,5 cm. ***121,5π cm³***   **b)** 2,28 m. ***15,8π m³***   **c)** 0,9 mm. ***0,972π mm³***

61. Deux billes ont des rayons respectifs de 1,5 cm et 3 cm. Quel est le rapport de

a) leur rayon? ***2***   **b)** leur aire? ***4***   **c)** leur volume? ***8***

62. Calcule le volume d'une balle de tennis de 6,5 cm de diamètre. ***143,79 cm³***

63. Calcule le volume d'une demi-orange de 4 cm de rayon. ***134,04 cm³***

64. Un bassin a la forme d'une demi-sphère de 0,9 m de diamètre. Quelle est la capacité, en litres, de ce bassin? ***190,85 litres***

65. a) Calcule approximativement le volume de la planète Terre si on estime son rayon égal à 6400 km. ***$1,098 \times 10^{12}$***

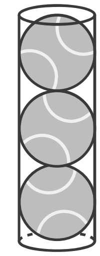
b) De combien de fois est-elle plus grosse que la Lune si on estime que la Lune a un rayon égal à 3500 km? ***6 fois***

66. Quelle quantité d'air, en litres, faut-il pour gonfler un ballon de 30 cm de diamètre? ***14,14 litres***

67. a) Calcule le volume d'une sphère de 3 cm de rayon. ***113,1 cm³***

b) Si on double le rayon de cette sphère, par combien son volume est-il multiplié?

par 8



68. Un contenant de forme cylindrique contient 3 balles de tennis de rayon égal à 3,25 cm comme l'indique l'illustration ci-contre. Quel est le volume inoccupé de ce cylindre?

215,69 cm³

69. Un contenant de crème glacée a la forme d'un prisme droit dont les dimensions sont 20 cm, 12 cm et 9 cm. Il est rempli à pleine capacité. Quel est le nombre approximatif de boules de crème glacée que l'on peut former sachant que le diamètre d'une boule mesure environ 6 cm?

19 boules

70. Combien d'oranges de diamètre de 6 cm faut-il presser pour remplir complètement de jus une boîte métallique de forme cylindrique ayant un rayon de 6 cm et une hauteur de 20 cm? (Chaque orange donne environ 75 % de son volume en jus.)

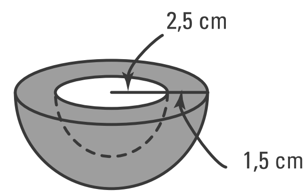
27 oranges

71. Les dimensions d'une boîte rectangulaire sont 30 cm sur 25 cm sur 8 cm. On y range les solides en cristal suivants: 6 boules de 5 cm de rayon; 6 cylindres de 8 cm de diamètre et de 4 cm de hauteur; 10 cônes circulaires de 3 cm de rayon et de 5 cm de hauteur et 4 cubes de 3 cm d'arête. De quel volume de sciure de bois a-t-on besoin pour remplir les interstices?

1072,8 cm³

72. On considère le demi-cantaloup illustré ci-contre. La partie évidée correspond à une demi-sphère. Quel est le volume de fruit contenu dans ce demi-cantaloup? On considère l'épaisseur de l'écorce négligeable.

101,32 cm³

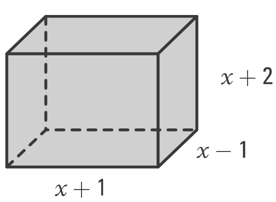


73. Les diamètres intérieur et extérieur d'une bouteille métallique mesurent respectivement 8 cm et 10 cm. Quelle est la masse de cette boule si la masse de 1 dm³ de ce métal est 3 kg?

0,77 kg

74. Exprime, à l'aide de la variable x, l'aire totale et le volume de chacun des solides suivants.

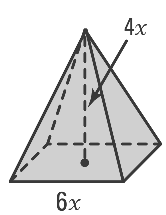
a)



$A_t = 6x^2 + 8x - 2$

$V = x^3 + 2x^2 - x - 2$

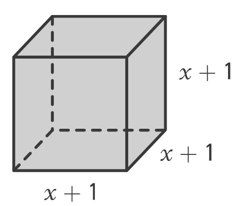
b)



$A_t = 96x^2$

$V = 48x^3$

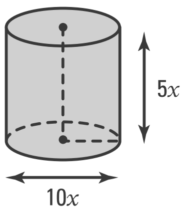
c)



$A_t = 6x^2 + 12x + 6$

$V = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

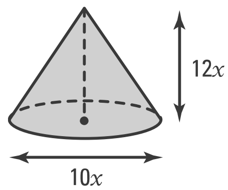
d)



$A_t = 100\pi\, x^2$

$V = 125\pi\, x^3$

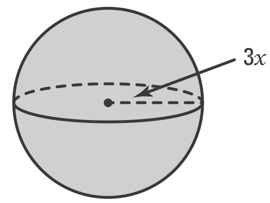
e)



$A_t = 90\pi\, x^2$

$V = 100\pi\, x^3$

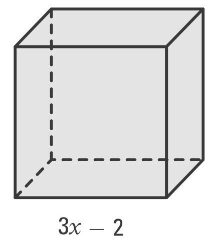
f)



$A_t = 36\pi\, x^2$

$V = 36\pi\, x^3$

75. Le cube ci-contre a pour arête $3x - 2$.



a) Exprime, à l'aide de la variable x,

1. l'aire totale du cube.

   $54x^2 - 72x + 24$

2. le volume du cube.

   $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

b) Calcule, lorsque $x = 2$ cm,

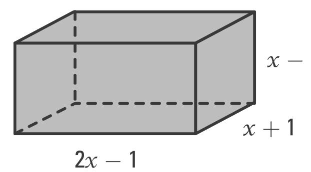
1. l'aire totale du cube.

   96 cm^2

2. le volume du cube.

   64 cm^3

76. Le prisme ci-contre a pour dimensions: $2x - 1$, $x + 1$ et $x - 1$.



a) Exprime, à l'aide de la variable x,

1. l'aire totale du prisme.

   $10x^2 - 4x - 2$

2. le volume du prisme.

   $2x^3 - x^2 - 2x + 1$

b) Calcule, lorsque $x = 3$ cm,

1. l'aire totale du prisme.

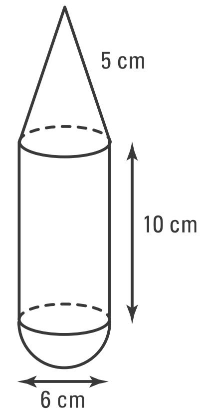
   76 cm^2

2. le volume du prisme.

   40 cm^3

6.4 Volume de solides décomposables

ACTIVITÉ 1 Volume total d'un solide décomposable



Le solide ci-contre peut se décomposer en trois solides.

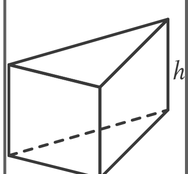
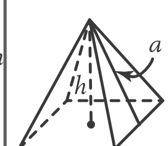
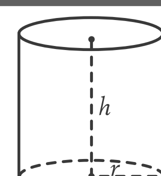
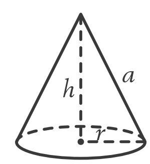
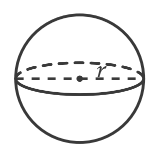
a) Donne la nature de chacun des trois solides avec ses dimensions.
Un cône, un cylindre et une demi-sphère

b) Calcule le volume de chacun des solides qui composent ce solide.
Volume du cône: 12π cm³
Volume du cylindre: 90π cm³
Volume de la demi-sphère: 18π cm³

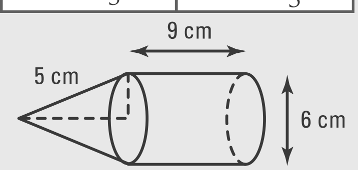
c) Quel est le volume de ce solide? ***120π cm³***

VOLUME D'UN SOLIDE DÉCOMPOSABLE

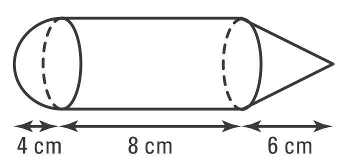
- Pour calculer le volume d'un solide décomposable, on le décompose en solides tels que un prisme, une pyramide, un cylindre, un cône, une sphère.
- Le tableau suivant donne le volume de chacun des solides.

Symboles	Prisme	Pyramide	Cylindre	Cône	Sphère
a: apothème h: hauteur r: rayon A_b: aire de la base					
Volume	$V = A_b \times h$	$V = \frac{A_b \times h}{3}$	$V = A_b \times h$	$V = \frac{A_b \times h}{3}$	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$

Ex.: Le volume du solide ci-contre est égal à:
V = volume du cylindre + volume du cône
$= 81\pi + 12\pi$
$= 93\pi \text{ cm}^3$.



1. Trouve le volume du solide décomposable ci-contre.
636,7 cm³



2. Un porte-agrafe, fait en bois, est représenté par la figure ci-contre. Si l'arête du cube mesure 8 cm, quel est le volume de bois utilisé?
377,96 cm³